حل نموذج بجروت

(802)-381

موعد شتاء 2019

www.IQsmart.co.il

معهد IQ

לא לכתוב באזור זה
لا تكتب في هذه المنطقة

מתמטיקה, חורף תשע"ט, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2019، رقم 035381 + ملحق

الأسئلة

في هذا النموذج ستّة أسئلة. لإجابة كاملة عن سؤال تحصل على 25 درجة. يُسمح لك الإجابة بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاء، لكن مجموع الدرجات التي تستطيع تجميعها في هذا النموذج لن يزيد عن 100.

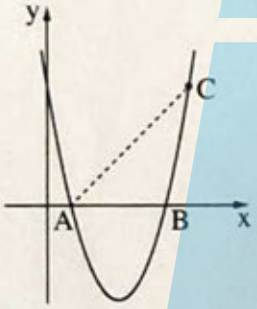
اكتب جميع الحسابات والإجابات في نموذج الامتحان.

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.

عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الجبر

1. القطع المكافئ $y = x^2 - 6x + 5$ يقطع المحور x في النقطتين A وَ B، كما هو موصوف في الرسم الذي أمامك.



أ. جد إحداثيّات النقطتين A وَ B.

ب. اكتب المجالات التي يكون فيها القطع المكافئ موجبًا.

النقطة C تقع على القطع المكافئ، وإحداثيّها الـ x هو 6.

جـ. جد الإحداثيّ y للنقطة C.

د. (1) جد طول القطعة AB.

(2) احسب مساحة المثلّث ABC.

أ. A و B هي نقاط تقاطع الدالة التربيعية (القطع المكافئ) مع x
أي $y=0$ ← وهذه معادلة تربيعية نحلها
$x^2-6x+5=0$
حسب الصيغة $a=1, b=-6, c=5$

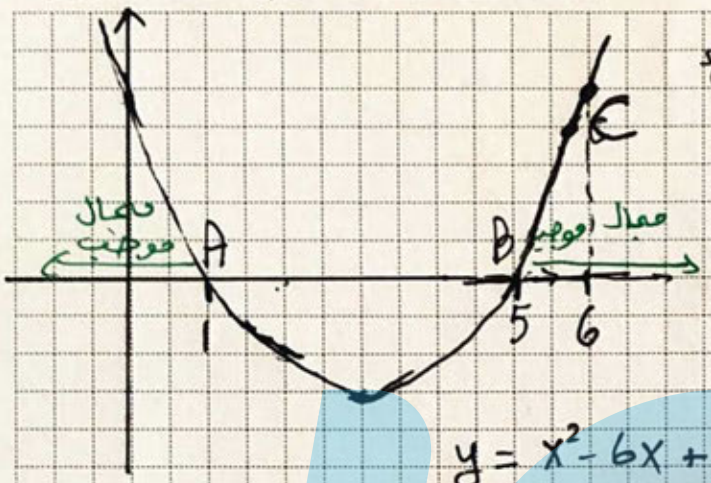
$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4(1)(5)}}{2\cdot1}=\frac{6\pm\sqrt{36-20}}{2}$$

$$x_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{16}}{2}=\frac{6\pm4}{2}$$

$\frac{6+4}{2}=\frac{10}{2}=5$ ← B(5,0)

$\frac{6-4}{2}=\frac{2}{2}=1$ ← A(1,0)

/يتبع في صفحة 5/



ب. المجال للوجب للقطع المكافئ هو $x \geq 5$ أو $x \leq 1$

ج. بما أن المعطيات $x_C = 6$

نجد الإحداثي y للنقطة C.

نعوض بالقطع المكافئ:

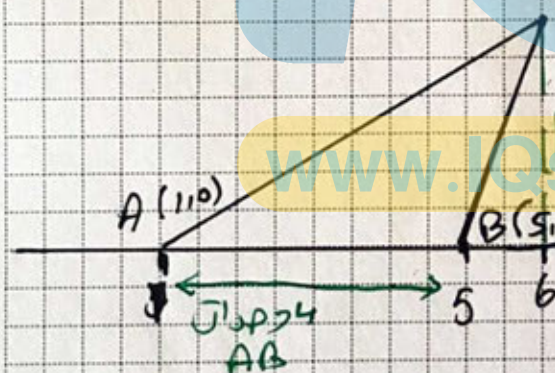
$$y = x^2 - 6x + 5$$

$$y_C = 6^2 - 6 \cdot 6 + 5 = 36 - 36 + 5 = 5$$

إذًا $C:(6,5)$

د. طول القطعة AB: هو $5 - 1 = 4$ إذًا $AB = 4$

د.2. مساحة المثلث ABC:



بحسب نتائج البنود السابقة:

ارتفاع المثلث ABC هو $h = 5$

قاعدة المثلث $AB = 4$

مساحة المثلث ABC $= S_{\triangle ABC} = \frac{h \cdot AB}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$

$$S_{\triangle ABC} = 10$$

/يتبع في صفحة 6/

לא לכתוב באזור זה. لا تكتب في هذه المنطقة

מתמטיקה, חורף תשע"ט, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2019، رقم 035381 + ملحق

2. مشى رياضيّ لمدّة 6 ساعات متواصلة.
في كلّ ساعة مشى الرياضيّ $\frac{5}{6}$ المسافة التي مشاها في الساعة التي قبلها.
في الساعة الثالثة مشى الرياضيّ 5,400 متر.

أ. احسب المسافة التي مشاها الرياضيّ في الساعة الأولى.

ب. احسب المسافة التي مشاها الرياضيّ خلال 6 ساعات.

أ. حسب المعطيات في الساعة الثالثة مشى الرياضي 5400
وكل ساعة يمشي مسافة تساوي $\frac{5}{6}$ المسافة التي مشاها
في الساعة التي قبلها:

$\frac{:5}{6}$ ← $\frac{5}{6}$:←

1 , 2 , 5400 (3)

×5/6 ×5/6

إذا في الساعة الثانية مشى $6480 = 5400 : \frac{5}{6}$

في الساعة الأولى $7776 = 6480 : \frac{5}{6}$

يمكن حل السؤال بطريقة ثانية

المتواليه المعروضه بالسؤال هي هندسيه بأساس $\frac{5}{6}$
وحدها الثالث اي $a_3 = 5400$ وبسبب قانون الحد العام
للمتواليه الهندسيه يتحقق:

$a_3 = a_1 \cdot q^2$

$5400 = a_1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \rightarrow 5400 = a_1 \cdot \frac{25}{36} \xrightarrow{\left(*\frac{36}{25}\right)} 5400 \cdot \frac{36}{25} = a_1$

$7776 = a_1$ ←

/يتبع في صفحة 7/

ب. نكتب المتواليه التي تعبر عن المسافات التي تقطعها كل ساعة

7776, 6480, 5400, 4500, 3750, 3125
ساعة 1 — ساعة 2 — ساعة 3 — ساعة 4 — ساعة 5 — ساعة 6

$*\frac{5}{6}$ $*\frac{5}{6}$ $*\frac{5}{6}$

المجموع قطع مسافة:

$7776+6480+5400+4500+3750+3125=31031$

31,031 كم قطع خلال 6 ساعات.

www.IQsmart.co.il

/يتبع في صفحة 8/

לא לכתוב באזור זה. لا تكتب في هذه المنطقة

לא לכתוב באזור זה لا تكتب في هذه المنطقة

מתמטיקה, חורף תשע"ט, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2019، رقم 035381 + ملحق

3. سعر السيّارة "أ" اليوم هو 140,000 شيكل.
ينخفض سعرها كلّ سنة بـ 12% .

أ. جد كم سيكون سعر السيّارة "أ" بعد سنة، وبعد سنتين.

سعر السيّارة "ب" ينخفض كلّ سنة بنسبة مئويّة ثابتة. سعر السيّارة "ب" اليوم هو 110,000 شيكل، وبعد سنة سيكون سعرها 101,200 شيكل.

ب. جد النسبة المئويّة التي ينخفض بها سعر السيّارة "ب" كلّ سنة.

جـ. أيّة سيّارة، "أ" أم "ب"، سيكون سعرها أغلى بعد 5 سنوات من اليوم؟

حسب المعطيات سعر السيارة (P) ينخفض كل سنة 12% اي $\frac{12}{100}$
$0.12 = \frac{12}{100}$ أي $P = 0.12$
وبالتالي سعرها بعد سنة يصبح $1 - 0.12 = 0.88$ من سعرها بالسنة السابقة اي $q = 0.88$ من هنا قانون تضاؤل
سعر السيارة هو
$M_0 = 140000$
$q = 0.88$
$M_x = M_0 \cdot q^x$
$M_x = 140000 \cdot (0.88)^x$
سعرها بعد سنة $M_1 = 140000 \cdot (0.88)^1 = 123200$
سعرها بعد سنتين $M_2 = 140000 \cdot (0.88)^2 = 108416$
اي سعر السيارة (P) بعد سنة سيكون 123200
وبعد سنتين 108416

/يتبع في صفحة 9/

ب- السيارة (ب)

سعرها اليوم 110000 وبعد سنة سيكون 101200

اذاً: $M_0 = 11000 \quad M_1 = 101200$

$M_1 = M_0 \cdot (q_{ב})^1$

$101200 = 110000 q_{ב} \rightarrow \frac{10200}{11000} = q_{ב} \rightarrow \boxed{0.92 = q_{ב}}$

من هنا بعد سنة يصبح سعر السيارة 0.92 من سعرها بالسنة السابقة اذاً

$p = 1 - q \Rightarrow p = 1 - 0.92 = 0.08$

اذاً $p = 0.08$ وبالنسبة المئوية $0.08 \cdot 100\% = 8\%$

اي سعرها ينخفض بنسبة $\boxed{8\%}$ سنوية.

ج- بعد 5 سنوات:

سعر السيارة (א) $= M_5 = 140000 \cdot (0.88)^5 = 73882.5$

سعر السيارة (ב) $= M_5 = 110000 \cdot (0.92)^5 = 72498.96$

اذاً سعر السيارة (א) سيكون اقل من سعر السيارة (ב) بعد 5 سنوات.

www.10smart.co.il

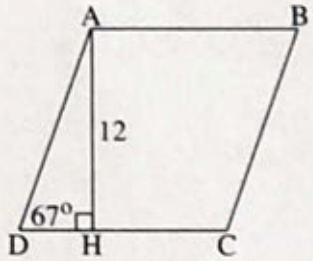
/ يتبع في صفحة 10 /

מתמטיקה, חורף תשע"ט, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2019، رقم 035381 + ملحق

לא לכתוב באזור זה
لا تكتب في هذه المنطقة

حساب المثلّثات

4. في المعيّن ABCD طول الارتفاع AH على الضلع DC هو 12 سم.
مقدار الزاوية الحادّة في المعيّن هو 67° (انظر الرسم).

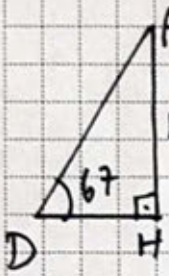


أ. احسب طول ضلع المعيّن.

ب. احسب محيط المعيّن.

جـ. احسب مساحة المثلّث AHC.

أ. ضلع المعين هو AD وهو الوتر في المثلث القائم الزاوية ADH



وبتحقق AH مقابل للزاوية 67° لذلك

$$\sin 67 = \frac{12}{AD} \rightarrow AD = \frac{12}{\sin 67} = 13.036$$

ضلع المعين AD = 13.036

ب. محيط المعين = 4 . ضلع المعين

محيط المعين = 13.036 . 4 = 52.144

جـ. المثلث AHC هو مثلث قائم الزاوية مساحته $\frac{AH \cdot HC}{2}$

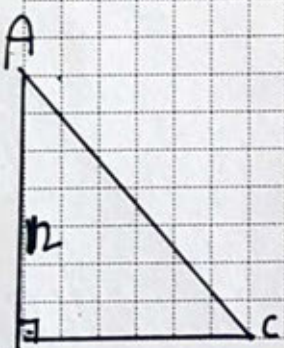
AH = 12، لكي نجد طول HC نجد أولاً طول DH من المثلث ADH

HC = DC - DH ← HC ثم نعوض

وبالتالي DH = 5.093

HC = 13.036 - 5.093

HC = 7.942

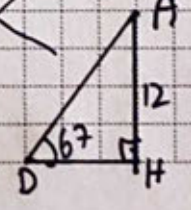


يتبع في صفحة 11

$$\text{مساحة } AHC = \frac{AH \cdot HC}{2} = \frac{12 \cdot 7.942}{2} = 47.66$$

مساحة المثلث AHC = 47.66

في المثلث ADH



$$\tan 67 = \frac{12}{DH} \Rightarrow DH = \frac{12}{\tan 67} = 5$$

מתמטיקה, חורף תשע"ט, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2019، رقم 035381 + ملحق

الاحتمال والإحصاء

5. كان في جرّة 5 كرات بيضاء وَ 3 كرات سوداء.

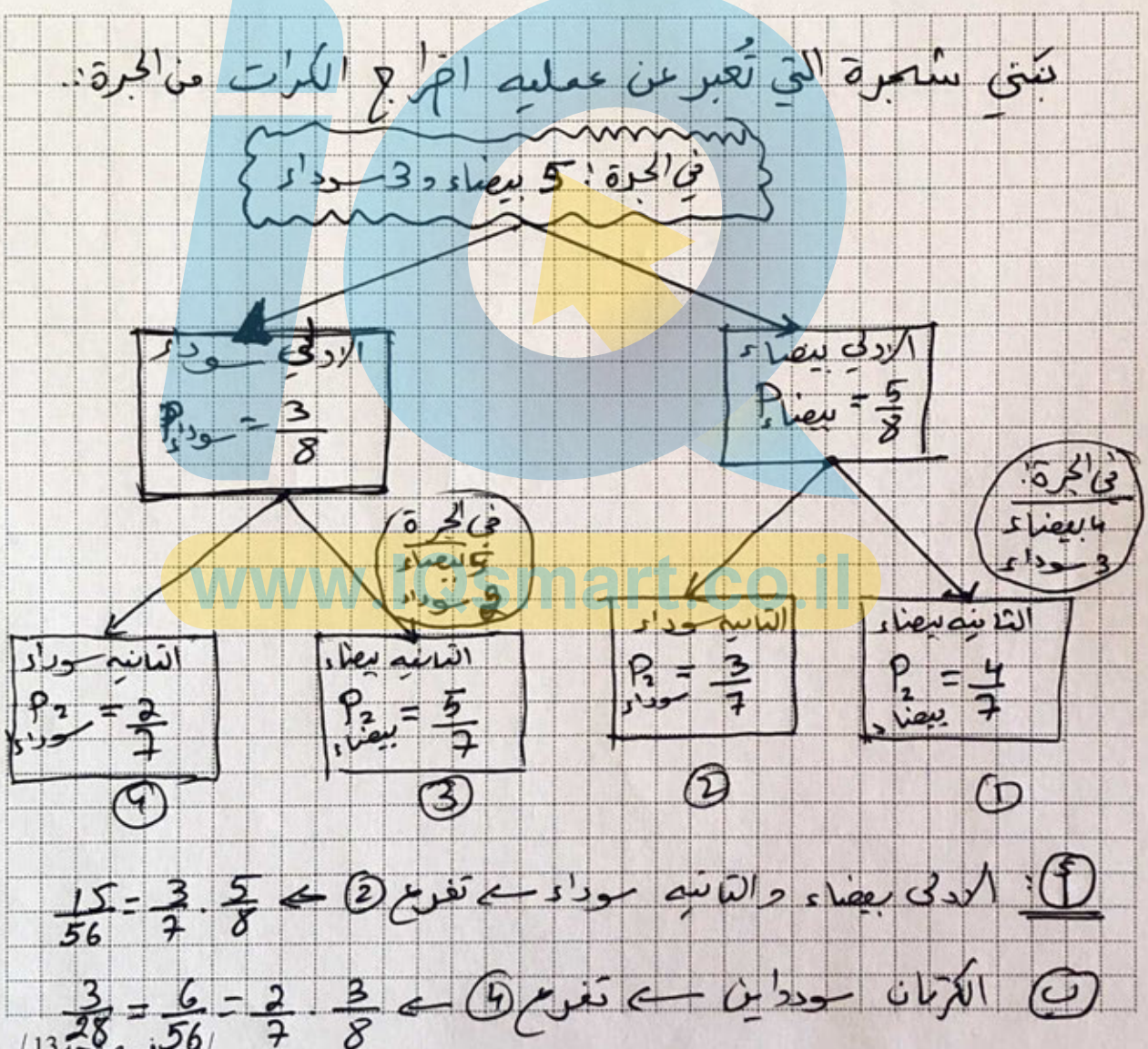
أخرجوا من الجرّة بشكل عشوائيّ كرة واحدة وأبقوها في الخارج.

خلطوا بقيّة الكرات التي في الجرّة، وأخرجوا بشكل عشوائيّ كرة أخرى.

أ. ما هو الاحتمال بأن تكون الكرة الأولى التي أخرجوها من الجرّة بيضاء والكرة الثانية التي أخرجوها سوداء؟

ب. ما هو الاحتمال بأن تكون الكرتان اللتان أخرجوهما من الجرّة سوداوَيْن؟

جـ. ما هو الاحتمال بأن تكون الكرتان اللتان أخرجوهما من الجرّة بنفس اللون؟



/ يتبع في صفحة 13 /

לא לכתוב באזור זה. لا تكتب في هذه المنطقة

מתמטיקה, חורף תשע"ט, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2019، رقم 035381 + ملحق

ج- كرتان بنفس اللون : الكرتان بيضاء أو الكرتان سوداء

تفرع 1 ⊕ تفرع 4

الاحتمال لتفرع 4 هو حاصل الضرب هو $\frac{3}{28}$

الاحتمال لتفرع 1 هو $\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{8} = \frac{20}{56}$ أو $\frac{10}{28}$

وبالتالي الاحتمال لأن تكون الكرتان بنفس اللون هو:

$$\frac{3}{28} + \frac{10}{28} = \frac{13}{28}$$

www.IQsmart.co.il

/يتبع في صفحة 14/

لا تكتب في هذه المنطقة אין לכתוב באזור זה

מתמטיקה, חורף תשע"ט, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2019، رقم 035381 + ملحق

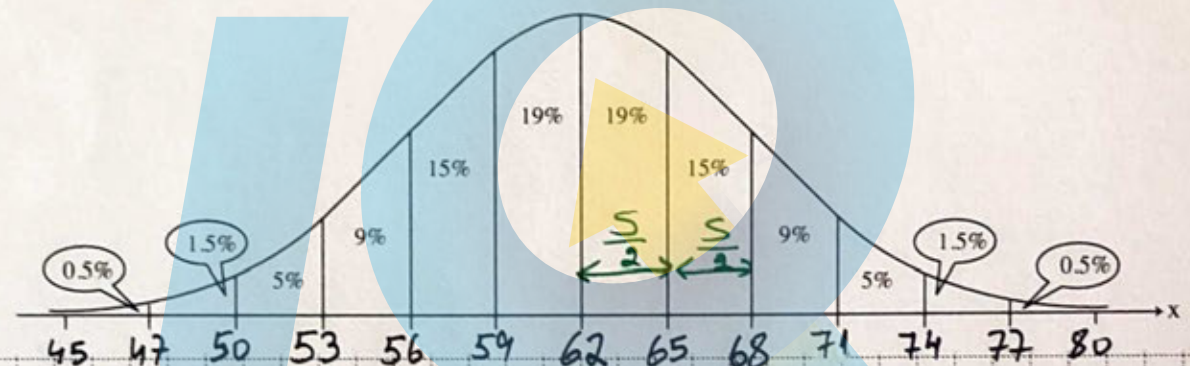
6. وزن البيضات في قفص للدجاج يتوزّع طبيعيًّا بمعدّل 62 غرامًا.
البيضة التي وزنها أكبر من 68 غرامًا تُعرَّف أنّها ثقيلة. 16% من جميع البيضات التي في قفص الدجاج هي ثقيلة.

أ. جد ما هو الانحراف المعياريّ لتوزيع وزن البيضات في قفص الدجاج.

ب. جد الاحتمال بأن يكون وزن بيضة اختيرت بشكل عشوائيّ من البيضات التي في قفص الدجاج، هو أقلّ من 56 غرامًا.

جـ. معطى أنّه توجد في قفص الدجاج 160 بيضة وزنها أقلّ من 56 غرامًا.
حسب الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ، ما هو العدد الكلّيّ للبيضات في قفص الدجاج؟

أمامك الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ من لائحة القوانين. استعن به في حساباتك.



www.IQsmart.co.il

(א) حسب المعطيات معدل وزن البيضات هو 62 غرام
اذاً $\bar{x}=62$ ← نرتبها على المنحنى
كذلك بحسب المعطيات 16% من البيضات وزنها اكبر من 68 غرام (وبهذه الحالة تُعرّف انها بيضة ثقيلة).
نحدد الـ 68 على المنحنى بحيث الـ 16%. اي نجد الحد الذي يعطينا على 16% على المنحنى ← هو العمود الرابع من الطرف اليمين اذ يعطينا مجموع 0.5% + 1.5% + 5% + 9% ← 16%
وبالتالي يتحقق $68=62+s \leftarrow 68-62=s \leftarrow s=6$
وبالتالي $\frac{s}{2}=3$ والبعد بين كل وترين متقاربين هو 3

/ يتبع في صفحة 15

وعندها نرتب المعطيات على المنحنى

אין לכתוב בחוברת זו. לא יבדק אם תכתוב בה. אין לכתוב בטיוטה זו. לא יבדק אם תכתוב בה.

ب - بحسب المعطى النسب المئوية للبيضات التي وزنها اقل من 56
هي 9% + 5% + 1.5% + 0.5% = 16%
اي ان الاحتمال ان نختار بشكل عشوائي بيضة وزنها
اقل من 56 غرام هو 16% او 0.16.

ج - نفرض ان عدد البيضات الكلي هو X اذا يتحقق
$0.16 \cdot X = 160 \rightarrow X = \frac{160}{0.16} = 1000$
اذاً عدد البيضات الكلي في القفص هو 1000.

בהצלחה!
نتمنّى لك النّجاح!
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.

/تتبع صفحات دفتر إضافيّة/

לא לכתוב מאחורי הקו
لا تكتب في هذه المنطقة